

# Concursul Național de Matematică Aplicată „ADOLF HAIMOVICI”

Etapă locală – 14 februarie 2015

## BAREM cls XII

### Subiectul I

a)  $X \in G \Rightarrow X = I_2 + aA + bB = \begin{pmatrix} a+1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, a \neq -1$  (1p)

$\det X = 1 + a \neq 0$  rezultă  $X$  este inversabilă. (1p)

b)  $A^2 = A, B^2 = O_2, AB = B, BA = O_2$  (1p)

$XY = (I_2 + aA + bB)(I_2 + cA + dB)$   
 $= I_2 + (a + c + ac)A + (b + d + ad)B$  (1p)

Presupunem  $a + c + ac = -1$  de unde rezultă  $a = -1$  sau  $c = -1$  ceea ce contrazice definirea matricelor  $X$  și  $Y$  (1p)

c)  $X \in G, X^2 = I_2 + (a^2 + 2a)A + (ab + 2b)B$  (1p)

Pentru  $a = -2, b \in \mathbf{R}$  ecuația are o infinitate de soluții (1p)

### Subiectul II

a) În tabelul de mai jos trebuie completate 9 poziții cu cele 3 elemente (construiesc funcții definite pe o mulțime cu 9 elemente cu valori într-o mulțime cu 3 elemente). Deci  $3^9$  legi de compoziție. (1p)

*	$a$	$b$	$c$
$a$	?	?	?
$b$	?	?	?
$c$	?	?	?

b) În tabelul de mai jos trebuie completate  $1+2+3=6$  poziții cu cele 3 elemente (construiesc funcții definite pe o mulțime cu 6 elemente cu valori într-o mulțime cu 3 elemente) Deci  $3^6$  legi de compoziție comutative. (2p)

*	$a$	$b$	$c$
$a$	?	?	?
$b$	—	?	?
$c$	—	—	?

c) Alegând „a” ca element neutru în tabelul de mai jos trebuie completate 4 poziții cu cele 3 elemente (construiesc funcții definite pe o mulțime cu 4 elemente cu valori într-o mulțime cu 3 elemente) Deci  $3^4$  legi de compoziție. La fel fixăm „b” și apoi „c” element neutru. Deci sunt  $3^4 + 3^4 + 3^4 = 3^5$  legi de compoziție cu element neutru. (2p)

<sup>1</sup> Fiecare corector acordă un număr întreg de puncte;

<sup>2</sup> Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător.

*	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	?	?
<i>c</i>	<i>c</i>	?	?

d) Din b) și c) obținem  $n^{\frac{n(n-1)}{2}} \cdot n = n^{\frac{n^2-n+2}{2}}$  legi de compoziție.

### Subiectul III

F admite primitive  $\Rightarrow$  F derivabilă. (1p)  $\Rightarrow$  F continuă. (1p)

$\Rightarrow a+b+e=1$  (2p).  $F'(x) = \begin{cases} 4x-1, & x \leq 1 \\ e^x + a, & x > 1 \end{cases}$  (1p)  $\Rightarrow e+a=3$ . Deci  $a=3-e$  și  $b=-2$ . (2p)

### Subiectul IV

Explicitează funcția  $f: [0,3] \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \begin{cases} 9-6x, & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 7-2x, & \frac{1}{2} \leq x < \frac{3}{2} \\ 2x+1, & \frac{3}{2} \leq x < \frac{5}{2} \\ 6x-9, & \frac{5}{2} \leq x \leq 3 \end{cases}$  (2p)

$$\int_0^3 f(x) dx = \int_0^{\frac{1}{2}} (9-6x) dx + \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} (7-2x) dx + \int_{\frac{3}{2}}^{\frac{5}{2}} (2x+1) dx + \int_{\frac{5}{2}}^3 (6x-9) dx \quad (2p)$$

Finalizare și obține  $\frac{35}{2}$  (3p).

<sup>1</sup> Fiecare corector acordă un număr întreg de puncte;

<sup>2</sup> Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător.