

**Concursul Național de Matematică Aplicată „ADOLF HAIMOVICI”**

**Etapă locală – 14 februarie 2015**

**BAREM cls X**

**Subiectul I**

$$\ln \frac{2a+3b}{5} = \frac{\ln a + \ln b}{2} \Rightarrow \ln \frac{2a+3b}{5} = \ln \sqrt{a \cdot b} \Rightarrow 2a + 3b = 5\sqrt{a \cdot b} \quad (2p)$$

$$\text{Obținem relația } 4a^2 - 13ab + 9b^2 = 0 \quad (1p) \Rightarrow 4\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 13\left(\frac{a}{b}\right) + 9 = 0 \quad (2p).$$

$$\text{Deci } \frac{a}{b} \in \left\{1, \frac{9}{4}\right\} \quad (2p).$$

**Subiectul II**

$$\text{Obține } S_n = \sqrt{n+1} - 1 \quad (2p) \text{ și } S_{2015} = \sqrt{2016} - 1 \quad (1p).$$

$$\text{Din } S_n \geq 100 \text{ obținem } \sqrt{n+1} \geq 101 \text{ de unde } n \geq 101^2 - 1 \quad (3p).$$

Numărul cerut este 10200. (1p)

**Subiectul III**

a) Arată că  $|z| = 1$  (2p)

b) Obține  $z = i$  (3p). Calculează  $S = 0$  și  $P = 1$  (2p).

**Subiectul IV**

$$\text{Obține } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{10}{-27} \in \mathbf{Q} \quad (2p)$$

$$\text{Notând } x = \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} \text{ ridicând la cub vom avea } x^3 = a + b + 3\sqrt[3]{ab}(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}) \quad (1p)$$

$$\text{Ecuația rezultată } x^3 = 10 - 9x \text{ are singura soluție reală } x = 1 \quad (1p)$$

$$\text{Deci } \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} = 1 \in \mathbf{Q} \quad (1p)$$

$$\text{Numărul } \lg \frac{1}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}} = \lg \frac{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}{a+b} = \lg \frac{1}{10} = -1 \in \mathbf{Q} \quad (2p).$$

---

<sup>1</sup> Fiecare corector acordă un număr întreg de puncte;

<sup>2</sup> Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător.