



## CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ – 08.02.2025

Clasa a IX-a

## Secțiunea H2

Filiera teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii

## FELADAT 1

a) Határozz meg két  $x \in \mathbf{N}^*$  és  $\overline{abc}$  természetes számot úgy, hogy a  $\sqrt{(\overline{abc} + \overline{cab} + \overline{bca})x}$  szám racionális legyen, x pedig a lehető legkisebb szám legyen.

b) Számítsd ki:  $1 - \left| \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{2009 \cdot 2010} - \frac{2009}{2010} \right|$ .

## FELADAT 2

Legyen  $(x_n)_{n \geq 0}$  egy sorozat, amelyre  $x_0 = 1$  és  $2x_{n+1} = x_n + 2$ , bármely  $n \in \mathbf{N}$  esetén.

a) Igazold, hogy a  $(b_n)_{n \geq 1}$  sorozat, amelynek értelmezése:  $b_n = x_n - x_{n-1}$ , bármelyik  $n$  nullától különböző természetes szám esetén, egy mértani haladvány.

b) Határozd meg az  $(x_n)_{n \geq 0}$  sorozat általános tagjának képletét.

## FELADAT 3

Számítsd ki:  $\left\lceil \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2025^2} \right\rceil$ , ahol  $[x]$  az  $x$  szám egész részét jelenti.

## FELADAT 4

Ha  $M$  az ABCD konvex négyszög szemben fekvő oldalainak felezőpontjait összekötő egyenesek metszéspontja, igazold, hogy a négyszög síkjának bármelyik  $O$  pontjára igaz az  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 4\overrightarrow{OM}$  összefüggés!