



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ – 08.02.2025

Clasa a IX-a

Secțiunea H2

Filiera teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii

PROBLEMA 1

a) Determinați două numere naturale $x \in \mathbf{N}^*$ și \overline{abc} astfel încât numărul $\sqrt{(\overline{abc} + \overline{cab} + \overline{bca})x}$ să fie rațional, iar x să fie cel mai mic număr posibil.

b) Calculați $1 - \left| \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{2009 \cdot 2010} - \frac{2009}{2010} \right|$.

PROBLEMA 2

Fie $(x_n)_{n \geq 0}$ un șir pentru care $x_0 = 1$ iar $2x_{n+1} = x_n + 2$, oricare ar fi $n \in \mathbf{N}$.

a) Arătați că șirul $(b_n)_{n \geq 1}$ definit prin $b_n = x_n - x_{n-1}$, oricare ar fi n natural nenul, este o progresie geometrică.

b) Determinați formula termenului general al șirului $(x_n)_{n \geq 0}$.

PROBLEMA 3

Calculați $\left[\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2025^2} \right]$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului x .

PROBLEMA 4

Dacă M este punctul de intersecție a dreptelor care unesc mijloacele laturilor opuse ale unui patrulater convex $ABCD$, arătați că pentru orice punct O din planul patrulaterului avem $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 4\overrightarrow{OM}$.