



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 09.02.2013

Clasa a V-a

Barem de corectare

Problema 1

$$\overline{abc} = \overline{bc} \cdot 4 + \overline{bc} - 8 \quad (1p)$$

$$100a + \overline{bc} = \overline{bc} \cdot 4 + \overline{bc} - 8 \quad (1p)$$

$$25a = \overline{bc} - 2 \quad (1p)$$

$$a \in \{1, 2, 3\} \quad (1p)$$

$$a=1 \Rightarrow \overline{bc} = 27 \Rightarrow \overline{abc} = 127 \quad (1p)$$

$$a=2 \Rightarrow \overline{bc} = 52 \Rightarrow \overline{abc} = 252 \quad (1p)$$

$$a=3 \Rightarrow \overline{bc} = 77 \Rightarrow \overline{abc} = 377 \quad (1p)$$

Problema 2

$$a) \quad 2^{7n+8} = 2^{7n} \cdot 2^8 = 128^n \cdot 256 \quad (1p)$$

$$3^{4n+3} = 3^{4n} \cdot 3^3 = 81^n \cdot 27 \quad (1p)$$

$$5^{3n+3} = 5^{3n} \cdot 5^3 = 125^n \cdot 125 \quad (1p)$$

$$3^{4n+3} < 5^{3n+3} < 2^{7n+8} \quad (1p)$$

$$b) \quad 3^{671} = 3^5 \cdot 3^{666} = 243 \cdot 9^{333} \quad (1p)$$

$$7^{335} = 7^2 \cdot 7^{333} = 49 \cdot 7^{333} \quad (1p)$$

$$7^{335} < 3^{671} \quad (1p)$$

Problema 3

$$3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2012} = (3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4) + 3^4(3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4) + \dots + 3^{2008}(3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4) = \quad (1p)$$

$$120 + 120 \cdot 3^4 + \dots + 120 \cdot 3^{2008} = \quad (1p)$$

$$120(1 + 3^4 + \dots + 3^{2008}) \quad (1p)$$

$$\text{Este suficient să aflăm ultima cifră a numărului } 1 + 3^4 + \dots + 3^{2008} \quad (1p)$$

$$\text{Ultima cifră a numerelor } 1, 3^4, \dots, 3^{2008} \text{ este } 1 \quad (1p)$$

$$\text{Ultima cifră a numărului } 1 + 3^4 + \dots + 3^{2008} \text{ se obține adunând 1 de 503 ori, adică este } 3 \quad (1p)$$

$$\text{Ultimele două cifre ale numărului sunt } 60 \quad (1p)$$

Problema 4

$$A = n \cdot (1 + 4 + 7 + \dots + 58) \quad (2p)$$

$$A = n \cdot 590 \quad (2p)$$

$$A = n \cdot 2 \cdot 5 \cdot 59 \quad (2p)$$

$$n = 2 \cdot 5 \cdot 59 = 590 \quad (1p)$$

Notă: a) Fiecare corector acordă un număr întreg de puncte.

b) Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător.